

## Matrice transformacija sistema

Sistem je skup medjusobno povezanih elemenata koji sa svojim okruženjem čini celinu.

Posmatrajmo linearни deterministički sistem sa  $m$  ulaza i  $n$  izlaza, kod koga ne postoji funkcionalna zavisnost ulaza (promene vrednosti jedne ulazne veličine ne utiče na promene vrednosti ostalih ulaznih veličina) i kod koga promena bilo kog ulaza izaziva promene svih izlaza sistema. Sistem možemo prikazati pomoću bloka, koji predstavlja sam sistem, i strelica, koje predstavljaju ulaze i izlaze sistema.



Neka su tekuća stanja ulaza i izlaza sistema:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_j \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

Jedan sistem može da ima više ulaza i izlaza.

Ako komponenta ulaza  $x_i$  promeni vrednost za  $\Delta x_i$  (gde je  $\Delta x_i$  priraštaj veličine  $x_i$ ) promeniće se i sve komponente stanja izlaza. Nova stanja ulaza i izlaza sistema su:

$$X' = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i + \Delta x_i \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} \quad Y' = \begin{bmatrix} y_1 + \Delta y_{1i} \\ y_2 + \Delta y_{2i} \\ \vdots \\ y_j + \Delta y_{ji} \\ \vdots \\ y_n + \Delta y_{ni} \end{bmatrix}$$

gde je  $\Delta y_{ji}$  priraštaj izlazne veličine  $y_j$  izazvan promenom ulazne veličine  $x_i$  za priraštaj  $\Delta x_i$ .

Odnos priraštaja izlazne veličine  $y_j$  izazvan promenom ulazne veličine  $x_i$  i priraštaja ulazne veličine  $\Delta x_i$  naziva se koeficijent parcijalnog dejstva i označava se sa  $a_{ji}$ :

$$a_{ji} = \frac{\Delta y_{ji}}{\Delta x_i}$$

Za posmatrani sistem koeficijenti parcijalnog dejstva su:

$$a_{1i} = \frac{\Delta y_{1i}}{\Delta x_i}; a_{2i} = \frac{\Delta y_{2i}}{\Delta x_i}; a_{ji} = \frac{\Delta y_{ji}}{\Delta x_i}$$

Na osnovu ovoga priraštaji izlaza izraženi preko koeficijenta parcijalnog dejstva biće:

$$\Delta y_{1i} = a_{1i} \cdot \Delta x_i; \Delta y_{2i} = a_{2i} \cdot \Delta x_i; \Delta y_{ji} = a_{ji} \cdot \Delta x_i$$

U opštem slučaju, ako sve ulazne veličine promene svoje vrednosti, izlazne veličine će se menjati pod uticajem ulaznih veličina, a njihove promene će se superponirati (s obzirom da je po pretpostavci, sistem linearan za njega će važiti princip superpozicije koji podrazumeva sabiranje vrednosti promene izlaza pod uticajem različitih promena ulaza).

$$\Delta y_1 = a_{11} \cdot \Delta x_1 + a_{12} \cdot \Delta x_2 + \dots + a_{1m} \cdot \Delta x_m$$

$$\Delta y_2 = a_{21} \cdot \Delta x_1 + a_{22} \cdot \Delta x_2 + \dots + a_{2m} \cdot \Delta x_m$$

$$\Delta y_j = a_{j1} \cdot \Delta x_1 + a_{j2} \cdot \Delta x_2 + \dots + a_{jm} \cdot \Delta x_m$$

Koeficijenti parcijalnog dejstva formiraju matricu transformacije:

$$T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

Pomoću matrice transformacije sistema sistem diferencnih jednačina se može napisati u vektorskom obliku:

$$\Delta Y = T \cdot \Delta X$$

Ukoliko su koeficijenti parcijalnog dejstva funkcije ulaza, izlazi se zapisuju u obliku sistema diferencnih jednačina:

$$y_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_m)$$

$$y_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_m)$$

$$y_j = f_j(x_1, x_2, \dots, x_m)$$

$$y_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_m)$$

A ukoliko su koeficijenti parcijalnog dejstva konstantne izlazi se zapisuju u obliku algebarskih jednačina:

$$y_1 = a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1m} \cdot x_m$$

$$y_2 = a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \dots + a_{2m} \cdot x_m$$

$$y_j = a_{j1} \cdot x_1 + a_{j2} \cdot x_2 + \dots + a_{jm} \cdot x_m$$

$$y_n = a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + \dots + a_{nm} \cdot x_m$$

Ili u vektorskome obliku  $Y = T \cdot X$

1. Posmatrajmo sistem čiji vektori ulaza i izlaza imaju po 2 komponente. Tekuće stanje ulaza, promene ulaza i odgovarajuće promene izlaza dati su u tabeli:

| $x_i$ | $x$ | $\Delta x_i$ | $\Delta y_{1i}$ | $\Delta y_{2i}$ |
|-------|-----|--------------|-----------------|-----------------|
| $x_1$ | 4   | 4            | 2               | 1               |
| $x_2$ | 8   | 2            | 4               | 6               |

Odrediti:

- a) Koeficijent parcijalnog dejstva
- b) Matricu transformacije sistema
- c) Tekuće stanje izlaza
- d) Novo stanje ulaza i odgovarajuće novo stanje izlaza
- e) Sistem diferencijalnih i algebarskih jednačina.

a) Koeficijent parcijalnog dejstva  $a_{ji} = \frac{\Delta y_{ji}}{\Delta x_i}$

$$a_{11} = \frac{\Delta y_{11}}{\Delta x_1} = \frac{2}{4} = 0,5; a_{21} = \frac{\Delta y_{21}}{\Delta x_1} = \frac{1}{4} = 0,25;$$

$$a_{12} = \frac{\Delta y_{12}}{\Delta x_2} = \frac{4}{2} = 2; a_{22} = \frac{\Delta y_{22}}{\Delta x_2} = \frac{6}{2} = 3;$$

- b) Matrica transformacije sistema

$$T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 & 2 \\ 0,25 & 3 \end{bmatrix}$$

- c) Tekuće stanje izlaza (određuje se na osnovu izraza  $Y = T \cdot X$ )

$$Y = T \cdot X = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 & 2 \\ 0,25 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 * 4 + 2 * 8 \\ 0,25 * 4 + 3 * 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 25 \end{bmatrix}$$

- d) Novo stanje ulaza i odgovarajuće novo stanje izlaza

$X'$  – novo stanje ulaza

$$X' = \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + \Delta x_1 \\ x_2 + \Delta x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 + 4 \\ 8 + 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$Y'$  – odgovarajuće novo stanje izlaza

$$Y' = T \cdot X' = \begin{bmatrix} y'_1 \\ y'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 & 2 \\ 0,25 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 8 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 * 8 + 2 * 10 \\ 0,25 * 8 + 3 * 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 32 \end{bmatrix}$$

- e) Sistem diferencijalnih jednačina

$$\Delta Y = T \cdot \Delta X$$

$$\Delta y_1 = a_{11} \cdot \Delta x_1 + a_{12} \cdot \Delta x_2 = 0,5 \cdot \Delta x_1 + 2 \cdot \Delta x_2$$

$$\Delta y_2 = a_{21} \cdot \Delta x_1 + a_{22} \cdot \Delta x_2 = 0,25 \cdot \Delta x_1 + 3 \cdot \Delta x_2$$

Sistem algebarskih jednačina

$$Y = T \cdot X$$

$$y_1 = a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 = 0,5 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2$$

$$y_2 = a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 = 0,25 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2$$

2. Posmatrajmo linearni elementarni sistem čiji vektori ulaza i izlaza imaju po 3 komponente. Tekuće stanje ulaza, promene ulaza i odgovarajuće promene izlaza dati su u tabeli

| $x_i$ | $x$ | $\Delta x_i$ | $\Delta y_{1i}$ | $\Delta y_{2i}$ | $\Delta y_{3i}$ |
|-------|-----|--------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $x_1$ | 6   | 6            | 2               | 3               | 2               |
| $x_2$ | 10  | 4            | 4               | 16              | 8               |
| $x_3$ | 12  | 10           | 1               | 4               | 4               |

Odrediti:

- a) Koeficijent parcijalnog dejstva
- b) Matricu transformacije sistema
- c) Tekuće stanje izlaza
- d) Novo stanje ulaza i odgovarajuće novo stanje izlaza
- e) Sistem diferencijalnih i algebarskih jednačina.

- a) Koeficijent parcijalnog dejstva  $a_{ji} = \frac{\Delta y_{ji}}{\Delta x_i}$

$$a_{11} = \frac{\Delta y_{11}}{\Delta x_1} = \frac{2}{6} = 0,3; a_{21} = \frac{\Delta y_{21}}{\Delta x_1} = \frac{3}{6} = 0,5; a_{31} = \frac{\Delta y_{31}}{\Delta x_1} = \frac{2}{6} = 0,3;$$

$$a_{12} = \frac{\Delta y_{12}}{\Delta x_2} = \frac{4}{4} = 1; a_{22} = \frac{\Delta y_{22}}{\Delta x_2} = \frac{16}{4} = 4; a_{32} = \frac{\Delta y_{32}}{\Delta x_2} = \frac{8}{4} = 2;$$

$$a_{13} = \frac{\Delta y_{13}}{\Delta x_3} = \frac{1}{10} = 0,1; a_{23} = \frac{\Delta y_{23}}{\Delta x_3} = \frac{4}{10} = 0,4; a_{33} = \frac{\Delta y_{33}}{\Delta x_3} = \frac{4}{10} = 0,4;$$

- b) Matrica transformacije sistema

$$T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3 & 1 & 0,1 \\ 0,5 & 4 & 0,4 \\ 0,3 & 2 & 0,4 \end{bmatrix}$$

- c) Tekuće stanje izlaza (određuje se na osnovu izraza  $Y = T \cdot X$ )

$$\begin{aligned} Y = T \cdot X &= \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3 & 1 & 0,1 \\ 0,5 & 4 & 0,4 \\ 0,3 & 2 & 0,4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 \\ 10 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3 * 6 + 1 * 10 + 0,1 * 12 \\ 0,5 * 6 + 4 * 10 + 0,4 * 12 \\ 0,3 * 6 + 2 * 10 + 0,4 * 12 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1,8 + 10 + 1,2 \\ 3 + 40 + 4,8 \\ 1,8 + 20 + 4,8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 47,8 \\ 26,6 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

- d) Novo stanje ulaza i odgovarajuće novo stanje izlaza

$X'$  – novo stanje ulaza

$$X' = \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + \Delta x_1 \\ x_2 + \Delta x_2 \\ x_3 + \Delta x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 + 6 \\ 10 + 4 \\ 12 + 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 14 \\ 22 \end{bmatrix}$$

$Y'$  – odgovarajuće novo stanje izlaza

$$\begin{aligned} Y' = T \cdot X' &= \begin{bmatrix} y'_1 \\ y'_2 \\ y'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3 & 1 & 0,1 \\ 0,5 & 4 & 0,4 \\ 0,3 & 2 & 0,4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 12 \\ 14 \\ 22 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0,3 * 12 + 1 * 14 + 0,1 * 22 \\ 0,5 * 12 + 4 * 14 + 0,4 * 22 \\ 0,3 * 12 + 2 * 14 + 0,4 * 22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,6 + 14 + 2,2 \\ 6 + 56 + 8,8 \\ 3,6 + 28 + 8,8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19,8 \\ 70,8 \\ 40,4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

e) Sistem diferencnih jednačina

$$\Delta Y = T \cdot \Delta X$$

$$\begin{aligned}\Delta y_1 &= a_{11} \cdot \Delta x_1 + a_{12} \cdot \Delta x_2 + a_{13} \cdot \Delta x_3 = 0,3 \cdot \Delta x_1 + 1 \cdot \Delta x_2 + 0,1 \cdot \Delta x_3 \\ \Delta y_2 &= a_{21} \cdot \Delta x_1 + a_{22} \cdot \Delta x_2 + a_{23} \cdot \Delta x_3 = 0,5 \cdot \Delta x_1 + 4 \cdot \Delta x_2 + 0,4 \cdot \Delta x_3 \\ \Delta y_3 &= a_{31} \cdot \Delta x_1 + a_{32} \cdot \Delta x_2 + a_{33} \cdot \Delta x_3 = 0,3 \cdot \Delta x_1 + 2 \cdot \Delta x_2 + 0,4 \cdot \Delta x_3\end{aligned}$$

Sistem algebarskih jednačina

$$Y = T \cdot X$$

$$\begin{aligned}y_1 &= a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + a_{13} \cdot x_3 = 0,3 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 0,1 \cdot x_3 \\ y_2 &= a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + a_{23} \cdot x_3 = 0,5 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 0,4 \cdot x_3 \\ y_3 &= a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 + a_{33} \cdot x_3 = 0,3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 0,4 \cdot x_3\end{aligned}$$

3. Posmatrajmo linearni elementarni sistem čiji vektori ulaza i izlaza imaju po 4 komponente. Tekuće stanje ulaza, promene ulaza i odgovarajuće promene izlaza dati su u tabeli

| $x_i$ | $X$ | $\Delta x_i$ | $\Delta y_{1i}$ | $\Delta y_{2i}$ | $\Delta y_{3i}$ | $\Delta y_{4i}$ |
|-------|-----|--------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $x_1$ | 4   | 1            | 4               | 2               | 1               | 8               |
| $x_2$ | 5   | 3            | 1               | 10              | 5               | 1               |
| $x_3$ | 6   | 4            | 3               | 3               | 12              | 18              |
| $x_4$ | 2   | 2            | 2               | 4               | 1               | 4               |

Odrediti:

- a) Koeficijent parcijalnog dejstva
  - b) Matricu transformacije sistema
  - c) Tekuće stanje izlaza
  - d) Novo stanje ulaza i odgovarajuće novo stanje izlaza
  - e) Sistem diferencijalnih i algebarskih jednačina.
  - f) Koeficijent parcijalnog dejstva  $a_{ji} = \frac{\Delta y_{ji}}{\Delta x_i}$
- $$\begin{aligned}a_{11} &= \frac{\Delta y_{11}}{\Delta x_1} = \frac{4}{4} = 1; a_{21} = \frac{\Delta y_{21}}{\Delta x_1} = \frac{2}{4} = 0,5; a_{31} = \frac{\Delta y_{31}}{\Delta x_1} = \frac{1}{4} = 0,25; a_{41} = \frac{\Delta y_{41}}{\Delta x_1} = \frac{8}{4} = 2 \\ a_{12} &= \frac{\Delta y_{12}}{\Delta x_2} = \frac{1}{4} = 0,25; a_{22} = \frac{\Delta y_{22}}{\Delta x_2} = \frac{10}{5} = 2; a_{32} = \frac{\Delta y_{32}}{\Delta x_2} = \frac{5}{5} = 1; a_{42} = \frac{\Delta y_{42}}{\Delta x_2} = \frac{1}{5} = 0,25 \\ a_{13} &= \frac{\Delta y_{13}}{\Delta x_3} = \frac{3}{6} = 0,5; a_{23} = \frac{\Delta y_{23}}{\Delta x_3} = \frac{3}{6} = 0,5; a_{33} = \frac{\Delta y_{33}}{\Delta x_3} = \frac{12}{6} = 2; a_{43} = \frac{\Delta y_{43}}{\Delta x_3} = \frac{18}{6} = 3 \\ a_{14} &= \frac{\Delta y_{14}}{\Delta x_4} = \frac{2}{2} = 1; a_{24} = \frac{\Delta y_{24}}{\Delta x_4} = \frac{4}{2} = 2; a_{34} = \frac{\Delta y_{34}}{\Delta x_4} = \frac{1}{2} = 0,5; a_{44} = \frac{\Delta y_{44}}{\Delta x_4} = \frac{4}{2} = 2\end{aligned}$$

- g) Matrica transformacije sistema

$$T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.25 & 0.5 & 1 \\ 0.5 & 2 & 0.5 & 2 \\ 0.25 & 1 & 2 & 0.5 \\ 2 & 0.25 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

h) Tekuće stanje izlaza (određuje se na osnovu izraza  $Y = T \cdot X$ )

$$\begin{aligned}
 Y = T \cdot X &= \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.25 & 0.5 & 1 \\ 0.5 & 2 & 0.5 & 2 \\ 0.25 & 1 & 2 & 0.5 \\ 2 & 0.25 & 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 * 4 + 0.25 * 5 + 0.5 * 6 + 1 * 2 \\ 0.5 * 4 + 2 * 5 + 0.5 * 6 + 2 * 2 \\ 0.25 * 4 + 1 * 5 + 2 * 6 + 0.5 * 2 \\ 2 * 5 + 0.25 * 5 + 3 * 6 + 2 * 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 + 1.25 + 3 + 2 \\ 2 + 10 + 3 + 4 \\ 1 + 5 + 12 + 1 \\ 10 + 1.25 + 18 + 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10.25 \\ 19 \\ 19 \\ 33.25 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

i) Novo stanje ulaza i odgovarajuće novo stanje izlaza

$X'$  – novo stanje ulaza

$$X' = \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \\ x'_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + \Delta x_1 \\ x_2 + \Delta x_2 \\ x_3 + \Delta x_3 \\ x_4 + \Delta x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 + 1 \\ 5 + 3 \\ 6 + 4 \\ 2 + 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ 10 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$Y'$  – odgovarajuće novo stanje izlaza

$$\begin{aligned}
 Y' = T \cdot X' &= \begin{bmatrix} y'_1 \\ y'_2 \\ y'_3 \\ y'_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \\ x'_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.25 & 0.5 & 1 \\ 0.5 & 2 & 0.5 & 2 \\ 0.25 & 1 & 2 & 0.5 \\ 2 & 0.25 & 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ 10 \\ 4 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 * 5 + 0.25 * 8 + 0.5 * 10 + 1 * 4 \\ 0.5 * 5 + 2 * 8 + 0.5 * 10 + 2 * 4 \\ 0.25 * 5 + 1 * 8 + 2 * 10 + 0.5 * 4 \\ 2 * 5 + 0.25 * 8 + 3 * 10 + 2 * 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 + 2 + 5 + 4 \\ 2.5 + 16 + 5 + 8 \\ 1.25 + 8 + 20 + 2 \\ 10 + 2 + 30 + 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 31.5 \\ 31.5 \\ 40 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

j) Sistem diferencnih jednačina

$$\Delta Y = T \cdot \Delta X$$

$$\Delta y_1 = a_{11} \cdot \Delta x_1 + a_{12} \cdot \Delta x_2 + a_{13} \cdot \Delta x_3 + a_{14} \cdot \Delta x_4 = 1 \cdot \Delta x_1 + 0.25 \cdot \Delta x_2 + 0.5 \cdot \Delta x_3 + 1 \cdot \Delta x_4$$

$$\Delta y_2 = a_{21} \cdot \Delta x_1 + a_{22} \cdot \Delta x_2 + a_{23} \cdot \Delta x_3 + a_{24} \cdot \Delta x_4 = 0.5 \cdot \Delta x_1 + 2 \cdot \Delta x_2 + 0.5 \cdot \Delta x_3 + 2 \cdot \Delta x_4$$

$$\Delta y_3 = a_{31} \cdot \Delta x_1 + a_{32} \cdot \Delta x_2 + a_{33} \cdot \Delta x_3 + a_{34} \cdot \Delta x_4 = 0.25 \cdot \Delta x_1 + 1 \cdot \Delta x_2 + 2 \cdot \Delta x_3 + 0.5 \cdot \Delta x_4$$

$$\Delta y_4 = a_{41} \cdot \Delta x_1 + a_{42} \cdot \Delta x_2 + a_{43} \cdot \Delta x_3 + a_{44} \cdot \Delta x_4 = 2 \cdot \Delta x_1 + 0.25 \cdot \Delta x_2 + 3 \cdot \Delta x_3 + 2 \cdot \Delta x_4$$

Sistem algebarskih jednačina

$$Y = T \cdot X$$

$$y_1 = a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + a_{13} \cdot x_3 + a_{14} \cdot x_4 = 1 \cdot x_1 + 0.25 \cdot x_2 + 0.5 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4$$

$$y_2 = a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + a_{23} \cdot x_3 + a_{24} \cdot x_4 = 0.5 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 0.5 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4$$

$$y_3 = a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 + a_{33} \cdot x_3 + a_{34} \cdot x_4 = 0.25 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + 0.5 \cdot x_4$$

$$y_4 = a_{41} \cdot x_1 + a_{42} \cdot x_2 + a_{43} \cdot x_3 + a_{44} \cdot x_4 = 2 \cdot x_1 + 0.25 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4$$